МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК 532.5.013.2

А.Т.РЫБАК

ОБЪЁМНАЯ ЖЁСТКОСТЬ И ЕЁ ВЛИЯНИЕ НА ДИНАМИКУ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предлагается понятие объёмной жёсткости элементов гидравлической системы. Приводятся полученные аналитическим путём формулы для определения приведённых объёмных жёсткостей цилиндрической трубы, поршневой и штоковой полостей гидроцилиндра, плунжерного гидроцилиндра, а также формула для определения приведённой объёмной жёсткости произвольного числа гидравлических элементов, включённых в гидросистему параллельно. Обосновывается вывод о возможности гидромеханического резонанса, вызываемого переменной объёмной жёсткостью гидравлической системы.
Ключевые слова: *гидросистема, нестационарный режим, объёмная жёсткость, гидромеханический резонанс.*

Постановка задачи. Подавляющее большинство современных исследований, посвящённых изучению динамики гидромеханических систем (ГМС), основаны на использовании теории автоматического регулирования и управления. Математическая модель гидравлической системы в этом случае составляется с использованием уравнения неразрывности потока, при этом учёт сжимаемости жидкости и деформации трубопроводов осуществляется путём введения в уравнение некоего расхода жидкости, величина которого зависит от приведённого модуля упругости трубопровода [1-4]. Однако в последние годы всё более широкое распространение получают методы расчёта силового гидравлического привода, учитывающие нарушение уравнения неразрывности во время его работы в неустановившемся режиме. В этом случае в математической модели взамен приведённого модуля упругости системы удобнее использовать её приведённую объёмную жёсткость.

Объёмная жёсткость жидкости. Изменение давления жидкости в различных точках гидравлической системы можно проследить, обратившись к обобщённому закону Гука [5], из которого следует, что

$$dp = -E_ж \frac{dV_ж}{V_0}, \quad \text{или обозначив} \quad C_ж = \frac{E_ж}{V_0}, \qquad (1)$$

получим

$$dp = -C_ж dV_ж, \qquad (2)$$

где V_0 – начальный объём жидкости; $dV_ж$ – приращение объёма жидкости, соответствующее приращению давления на dp; $E_ж = \frac{1}{\beta_ж}$ – объёмный модуль упругости жидкости; $\beta_ж$ – коэффициент объемного сжатия жидкости; $C_ж$ – объемная жёсткость жидкости, которая представляет собой приращение давления жидкости, соответствующее еди-

ничному приращению первоначального объёма, или иначе, приращение давления, необходимое для изменения первоначального объёма жидкости V_0 на единицу. Знак «минус» указывает на то, что положительному приращению давления dp соответствует отрицательное приращение объёма жидкости $dV_ж$, и наоборот.

Уравнение (1) позволяет определить объёмную жёсткость рабочей жидкости, ограниченной абсолютно жёсткой оболочкой. Представим такую оболочку с учетом того, что из рассматриваемого объёма (рис. 1) жидкость может, как выходить (жидкость расширяется), так и входить (жидкость сжимается), то есть

$$dV_{ж} = dV_{вых} - dV_{вх}, \tag{3}$$

тогда уравнение (2) примет вид

$$dp = -C_ж\left(dV_{вых} - dV_{вх}\right), \tag{4}$$

где $dV_{вых}$ – объём жидкости, выходящей из рассматриваемого объёма V_0 за время dt; $dV_{вх}$ – объём жидкости, вошедшей за то же время.

Разделив уравнение (4) на dt, имея в виду, что $\frac{dV}{dt} = Q$ – объёмный расход жидкости, и переставив при этом местами величины, стоящие в скобках, окончательно запишем:

$$dp = C_{тр}\left(Q_{вх} - Q_{вых}\right)dt, \tag{5}$$

где dp – приращение давления жидкости в рассматриваемом объёме V_0 за время dt; $Q_{вх}$ и $Q_{вых}$ – суммарные расходы входящей в рассматриваемый объём и выходящей из него жидкости соответственно; $C_{тр}$ – объёмная жёсткость жидкости, ограниченной объёмом V_0 рассматриваемого участка трубы.

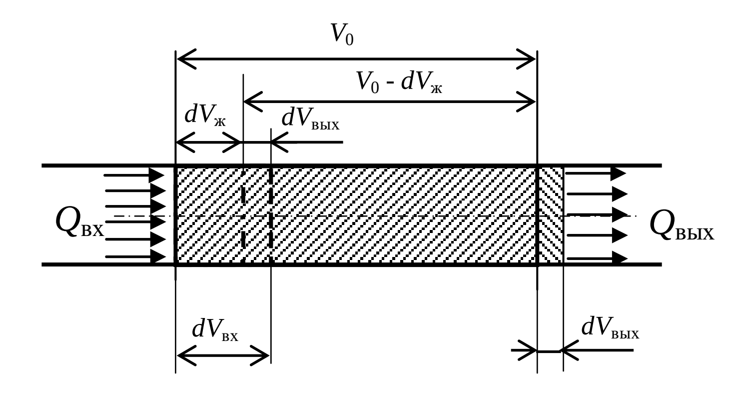


Рис.1. Схема изменения объёма упругой жидкости при одновременном её перемещении

Уравнение (5) позволяет определить изменение давления жидкости в некотором объёме, ограниченном абсолютно жёсткой оболочкой, при нестационарном течении жидкости через него. Однако при использовании уравнения (5) следует помнить, что оно справедливо только в тех случаях, когда изменение давления во всех точках рассматриваемого объёма происходит одновременно (что вполне допустимо при скоростях значительно

меньших, чем скорость распространения звука в среде конкретной рабочей жидкости).

Объёмная жёсткость цилиндрической стенки. В случае, если деформацией оболочки пренебречь нельзя, то изменение её объёма (например, объёма цилиндрической трубы), можно определить, используя следующие положения.

Приращение объёма трубы при её радиальной деформации можно определить по формуле:

$$dV_{\text{тр}} = 2\pi l r dr,$$

имея при этом в виду, что

$$dr = \frac{r}{E_{\text{ст}}} d\sigma, \qquad (6)$$

где r и l – соответственно радиус и длина рассматриваемого участка трубы; $E_{\text{ст}}$ – модуль упругости материала стенки трубы; dr – приращение радиуса трубы, соответствующее приращению напряжения $d\sigma$, возникающего в её стенке.

Известно, что напряжение, возникающее в стенке трубы при воздействии на неё изнутри давления p, можно рассчитать по формуле $\sigma = p\frac{r}{\delta}$, где δ – толщина стенки трубы; тогда его полный дифференциал определяем по выражению $d\sigma = \frac{1}{\delta}\left(rdp + pdr\right)$, но так как для металлических труб

$$rdp >> pdr, \qquad (7)$$

то, пренебрегая вторым членом в скобке полного дифференциала напряжения, уравнение (6) можно записать в виде $dr = \frac{1}{\delta}\frac{r^2}{E_{\text{ст}}}dp$. Тогда окончательно получим $dp = C_{\text{ст}} dV_{\text{тр}}$, где объёмная жёсткость стенки цилиндрической трубы $C_{\text{ст}}$ определяем по формуле

$$C_{\text{ст}} = \frac{4E_{\text{ст}}}{\pi d^3 \frac{l}{\delta}}, \qquad (8)$$

где d – внутренний диаметр стенки трубы в ненапряжённом состоянии.

Определяя объёмную жёсткость цилиндрической стенки по уравнению (8), следует помнить об условии (7), из которого вытекает, что уравнение (8) можно использовать только для расчёта цилиндрических труб, изготовленных из металла, либо из другого материала с достаточно большим модулем упругости.

Приведённая объёмная жёсткость n гидравлических элементов, включённых в систему параллельно. Рассмотрим случай, когда к данной точке гидросистемы подсоединены n различных элементов, каждый из которых обладает собственной объёмной жёсткостью. Тогда, допуская, что изменение давления в данной точке мгновенно передаётся всем точкам рассматриваемого объёма, можно записать:

$$dV_0 = \sum_{i=1}^{n} dV_i \ , \qquad (9)$$

где dV_i – изменение объёма жидкости, соответствующее деформации его i-го элемента.

Тогда приведённую объёмную жёсткость системы в целом определяем по уравнению:

$$C_{\text{пр}} = \frac{dp}{\sum_{i=1}^{n} dV_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{dV_i}{dp}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}} ,$$

или после преобразований окончательно получаем:

$$C_{\text{пр}} = \frac{\prod_{i=1}^{n} C_i}{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{C_i} \prod_{i=1}^{n} C_i \right)} \ , \qquad (10)$$

где $C_{\text{пр}}$ – приведённая объёмная жёсткость гидравлической системы, состоящей из n элементов, включённых в систему параллельно; C_i – объёмная жёсткость i-го элемента системы.

Приведённая объёмная жёсткость трубы с рабочей жидкостью. На практике деформация рабочей жидкости происходит одновременно с деформацией стенок трубы, по которой она движется, но тогда в соответствии с уравнением (10) можно записать

$$C_{\text{пр.тр}} = \frac{C_{\text{ж}} C_{\text{ст}}}{C_{\text{ж}} + C_{\text{ст}}} . \qquad (11)$$

После преобразований уравнения (11) с учётом (1) и (8) получим выражение для определения приведённой объёмной жёсткости цилиндрической трубы с рабочей жидкостью

$$C_{\text{пр.тр}} = \frac{E_{\text{ж}}}{V_{\text{тр}} \left(1 + \frac{d}{\delta} \frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{ст}}} \right)} . \qquad (12)$$

Уравнение (12) можно также получить, подставив в (1) значение приведённого модуля упругости трубы [3, с.246], имея при этом в виду, что $V_0 = V_{\text{тр}}$.

Приведённая объёмная жёсткость поршневой и штоковой полостей гидравлического цилиндра. Аналогично выводу уравнения (12) легко доказать, что приведённая объёмная жёсткость поршневой полости гидравлического цилиндра может быть определена по формуле:

$$C_{\text{пр.п}} = \frac{4E_{\text{ж}}}{\pi d^2 x \left(1 + \frac{d}{\delta} \frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{ст}}} \right) + 4V_{\text{п.вр}}} , \qquad (13)$$

где d – внутренний диаметр гильзы гидроцилиндра в ненапряжённом состоянии; x – ход поршня гидроцилиндра; $V_{\text{п.вр}}$. – объём «вредного» пространства поршневой полости гидроцилиндра.

Аналогично приведённая объёмная жёсткость штоковой полости гидроцилиндра может быть определена по уравнению

$$C_{\text{пр.шт}} = \frac{4E_{\text{ж}}}{\pi(L\text{-}x)\left[\left(d^2 - d_{\text{шт}}^2\right) + \frac{d^3}{\delta}\frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{ст}}}\right] + 4V_{\text{шт.вр}}}, \tag{14}$$

где L – полный ход поршня гидроцилиндра; $d_{\text{шт}}$ – диаметр штока гидроцилиндра; $V_{\text{шт.вр}}$ – объём вредного пространства штоковой полости гидроцилиндра.

Приведённая объёмная жёсткость рабочей полости плунжерного гидравлического цилиндра. Приведённая объёмная жёсткость рабочей полости плунжерного гидроцилиндра может быть определена с использованием формул (1), (8) и (10).

При этом имеем в виду, что для плунжерного гидроцилиндра

$$V_0 = V_{\text{ц}} - V_{\text{пл}}\ , \tag{15}$$

где $V_{\text{ц}}$ и $V_{\text{пл}}$ – соответственно внутренний объём гильзы цилиндра (с учётом её вредного объёма) и объём части плунжера, находящейся в гильзе.

Тогда после проведения соответствующих преобразований легко получить формулу для определения приведённой объёмной жёсткости рабочей полости плунжерного гидроцилиндра $C_{\text{пр.пл}}$ в виде

$$C_{\text{пр.пл}} = \frac{E_{\text{ж}}}{V_{\text{ц}}\frac{d}{\delta}\frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{ст}}} - f_{\text{пл}}(L\text{-}x)}\ , \tag{16}$$

или

$$C_{\text{пр.пл}} = \frac{4E_{\text{ж}}}{\pi\left[\frac{d^3}{\delta}\frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{ст}}}L - d_{\text{пл}}^2(L\text{-}x)\right] + 4V_{\text{пл.вр}}}\ , \tag{17}$$

где d и $d_{\text{пл}}$ – соответственно внутренний диаметр гильзы и диаметр плунжера гидроцилиндра в ненапряжённом состоянии; $f_{\text{пл}}$ – площадь поперечного сечения плунжера гидроцилиндра; $V_{\text{пл.вр}}$ - объём вредного пространства рабочей полости плунжерного гидроцилиндра.

Заключение. Применение уравнений (1), (12)-(14), (16) и (17) совместно с уравнением (2) позволяет производить динамический расчёт ГМС не только с простыми, но и с разветвлёнными гидравлическими системами [6, 7]. При этом следует отметить, что объёмные жёсткости гидравлических цилиндров не постоянны, так как они зависят от перемещения, скорость изменения которого, в свою очередь, зависит от давления. Это делает уравнения динамики ГМС нелинейными, а потому для их решения целесообразно использовать численные методы решения дифференциальных уравнений.

На рис.2, 3 приведены графики изменения скорости поршней двух гидроцилиндров с диаметрами поршней 100 мм, штоков 40 мм и ходом поршней 0,9 м, синхронизируемых посредством дроссельного делителя потоков [7], при расходе рабочей жидкости на входе делителя Q=0,8*10^{-3} м^3/с. Модуль упругости принимался для рабочей жидкости равным 1200 МПа,

для стенок трубопроводов и гидроцилиндров – 5000 МПа. Толщина стенок трубопроводов принималась равной 1 мм, а гидроцилиндров – 5 мм. К поршням гидроцилиндров приложены постоянные силы F_1 = F_2 =50 кН, массы перемещаемых элементов системы M_1 =500 кг, M_2 =50 кг. Кроме того, на поршни обоих гидроцилиндров воздействует гармоническое возбуждающее усилие $F_в$ =5 Sin(ω*t*) кН, где ω = 50 с$^{-1}$; t – время.

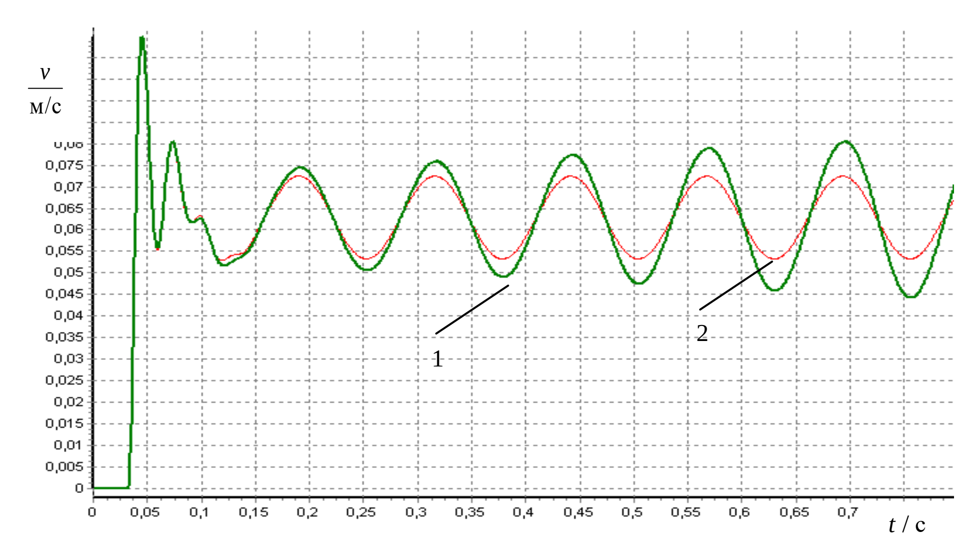


Рис.2. Изменение скорости движения поршня первого гидроцилиндра во времени с учётом его объёмной жёсткости (1) и без учёта (2)

Расчет производился с учётом приведённых объёмных жёсткостей гидроцилиндров (кривые 1) и без учёта приведённых объёмных жёсткостей гидроцилиндров - жёсткость принималась бесконечной (кривые 2). Объёмная жёсткость прочих элементов гидросистемы (трубопроводов) учитывалась в обоих случаях.

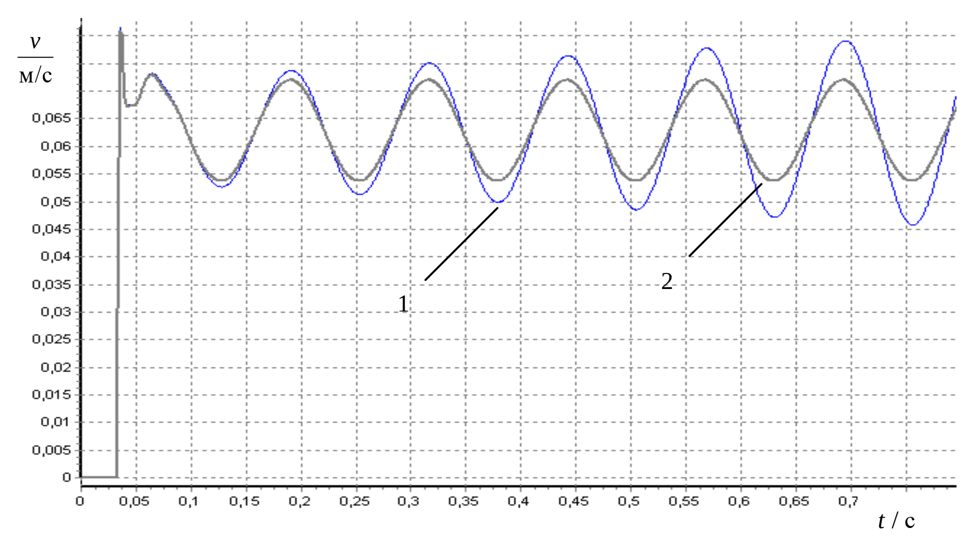


Рис.3. Изменение скорости движения поршня второго гидроцилиндра во времени с учётом его объёмной жёсткости (1) и без учёта (2)

Анализ изменения скорости во времени (см.рис.2,3) указывает на существенное отличие характера перемещения поршней гидроцилиндров при учёте и без учёта приведённых объёмных жёсткостей гидроцилиндров. Главным отличием является то, что при учёте приведённой объёмной жёсткости гидроцилиндров по мере выдвижения поршней амплитуда колебания их скорости увеличивается: это объясняется уменьшением приведённой объёмной жёсткости гидроцилиндров. В то же время при бесконечной объёмной жёсткости гидроцилиндров амплитуда колебания скорости поршней остаётся неизменной.

При изменении приведённой объёмной жёсткости ГМС изменяется и собственная частота её колебаний, что также частично объясняет рост амплитуды изменения скоростей поршней гидроцилиндров. Но это наводит на мысль о возможности гидромеханического резонанса, вызываемого совпадением собственноё частоты системы, при изменении приведённой объёмной жёсткости её гидравлического привода, с частотой вынужденных колебаний, а следовательно, заслуживает специальных исследований.

Библиографический список

1. Башта Т.М. Гидропривод и гидропневмоавтоматика. – М.: Машиностроение, 1972. – 320 с.
2. Чупраков Ю.И. Гидропривод и средства гидроавтоматики: Учеб. пособие. – М.: Машиностроение, 1979. – 232 с.
3. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. – М.: Машиностроение, 1987. – 464 с.
4. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов. – М.: Изд-во им.Н.Э. Баумана, 2002. – 320 с.
5. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Т.М.Башта, С.С.Руднев, Б.Б.Некрасов и др. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
6. Рыбак А.Т. Математическая модель гидравлического привода пресса циклического действия // Управление. Конкурентоспособность. Автоматизация.– Ростов н/Д, 2003. – Вып.3.
7. Жаров В.П., Рыбак А.Т., Корчагин А.В. Математическая модель гидромеханической системы с дроссельной синхронизацией гидродвигателей // Прогрессивные технологические процессы в металлургии и машиностроении. Экология и жизнеобеспечение. Информационные технологии в промышленности и образовании: Сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. – Ростов н/Д, 2005.

Материал поступил в редакцию 26.06.06.

A.T.RYBAK

THREE - DIMENSIONAL ACERBITY AND ITS INFLUENCE UPON SPEAKER OF THE HYDRAULIC SYSTEM

Three-dimensional acerbity and its determination. The notion three-dimensional acerbity element of the hydraulic system is Offered. Happen to the got analytical way of the formula for determination brought three-dimensional acerbity different element hydraulic system, as well as formula for determination brought three-dimensional acerbity of the free number hydraulic element, comprised of system parallel.

РЫБАК Александр Тимофеевич (р. 1953), доцент (1997) кафедры «Гидравлика, гидропневмоавтоматика и тепловые процессы» ДГТУ, кандидат технических наук (1990).
Окончил РИСХМ (1979) по специальности «Приборы точной механики».
Научные интересы связаны с исследованием гидромеханических систем и элементов автоматического регулирования и управления мобильных машин и технологического оборудования.
Имеет более 70 публикаций, в том числе авторские свидетельства СССР и патенты РФ.